

Anexo 1: Modelo matemático del generador y determinación de la relación del sistema de engranajes

Modelo matemático del generador

A continuación se presenta el desarrollo del modelamiento matemático del generador, en la figura A1.1 se muestra el diagrama de un generador de imanes permanentes.

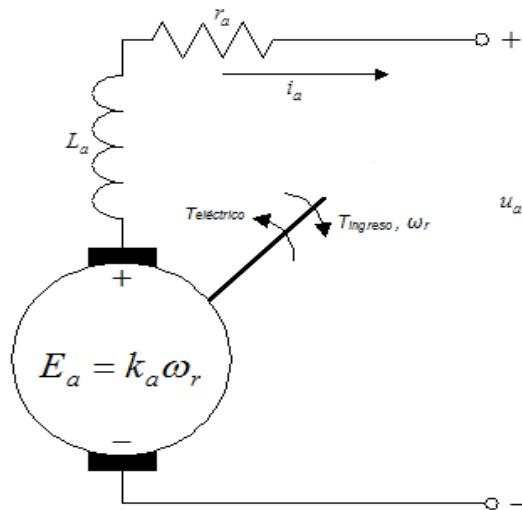


Figura A1.1: Modelo del generador.

Aplicando la ley de Kirchoff para el sistema mostrado tenemos:

$$E_a - i_a r_a - L \frac{di}{dt} = u_a$$

Donde:

- E_a : Tensión eléctrica de salida del generador.
- r_a : Resistencia de armadura del generador.
- L_a : Inductancia de la armadura del generador.
- i_a : Intensidad de corriente del generador.
- u_a : Tensión eléctrica de salida del sistema.

$$k_a \omega_r - i_a r_a - L \frac{di}{dt} = u_a$$

Despejando di/dt obtenemos:

$$\frac{di}{dt} = \frac{k_a \omega_r}{L} - \frac{i_a r_a}{L} - \frac{u_a}{L} \quad (A1.1)$$

Además, aplicando el principio de D'Alembert:

$$\sum T = J \alpha$$

Donde:

J: Inercia del sistema

α : aceleración angular = $\frac{d\omega_r}{dt}$

$$T_{\text{ingreso}} - T_{\text{eléctrico}} = J_{\text{sistema}} \alpha$$

Tal como se indica en [7], se cumple que:

$$T_{\text{eléctrico}} = k_a i_a$$

Despejando $d\omega_r/dt$ tenemos:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{T_{\text{ingreso}}}{J_{\text{sistema}}} - \frac{k_a i_a}{J_{\text{sistema}}} \alpha \quad (\text{A1.2})$$

Las ecuaciones (A.1) y (A.2) pueden ser representadas en un modelo de espacio-estado:

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{d\omega_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_a/L & k_a/L \\ -k_a/J_{\text{sistema}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -u_a & 0 \\ 0 & T_{\text{ingreso}}/J_{\text{sistema}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

Determinación de la relación del sistema de engranajes

La mejor relación de transmisión será aquella que permita obtener la mayor energía eléctrica durante todo el paso del vehículo por la rampa, a su vez será aquella que permita que la rampa alcance su posición final (horizontal) en el preciso instante en el que el eje del vehículo abandona la rampa.

Para ello se ha realizado un proceso iterativo de cálculo en el que se toma en cuenta:

- Velocidad del generador con el que se obtendría la mayor potencia trabajando a 12 V, deseada entre 650 y 700 RPM.
- Tiempo de descenso de la rampa.
- Tiempo en el que el eje del vehículo pasa por la rampa.
- Inercia del sistema.

Y empleando el programa informático MATLAB se ha realizado el modelamiento y simulación para hallar esta relación del sistema de engranajes, para lo cual se tomaron las siguientes consideraciones:

- Longitud de la rampa: 33 cm
- Velocidad de vehículo: 10 km/h
- Peso por eje del vehículo: 550 kg

- Angulo máximo de giro de la rampa: 7.5°

Además, el fabricante del generador seleccionado nos proporciona la siguiente información:

- Resistencia de armadura: 1.1Ω
- Inductancia de armadura: 4.8 mH

Como resultado de este proceso iterativo se ha encontrado que la mejor relación del sistema de engranajes se encuentra entre 41 y 45 con una inercia del sistema igual a 0.04 kg m^2 .

Simulando el modelo de espacio-estado con una relación de 43 obtenemos la gráfica de torque de ingreso (ver figura A1.4) definido como el torque producido por el paso del vehículo dividido entre la relación del sistema de engranajes.

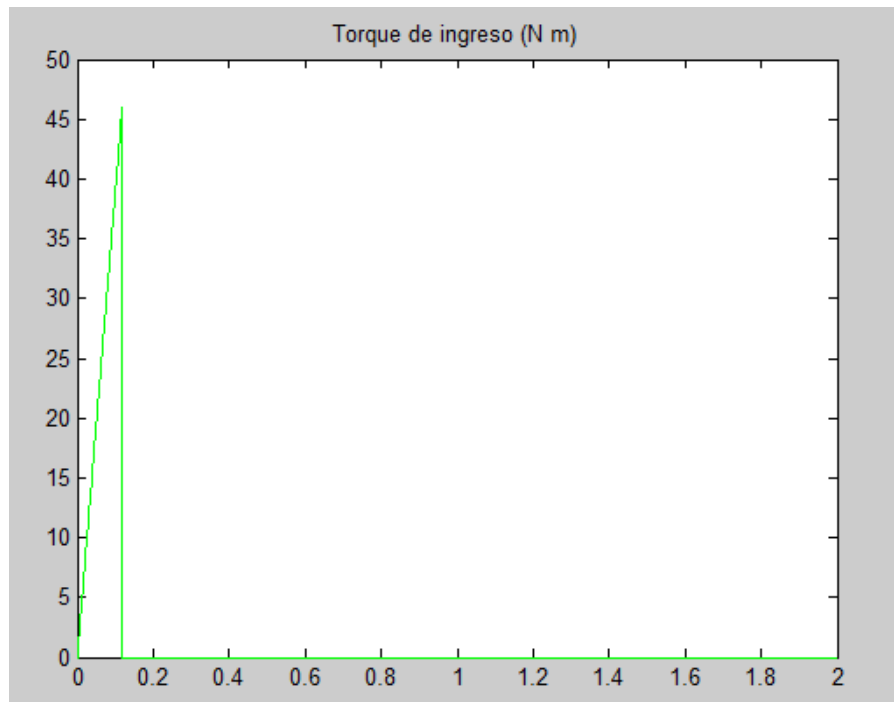


Figura A1.2: Gráfica del torque de ingreso en función del tiempo con una relación igual a 43.

Así mismo, en la figura A1.3 se muestra la gráfica de la velocidad del generador, en la cual se observa que se alcanza la velocidad deseada en el tiempo de descenso de la rampa y tiempo en el que pasa el eje del vehículo considerados.

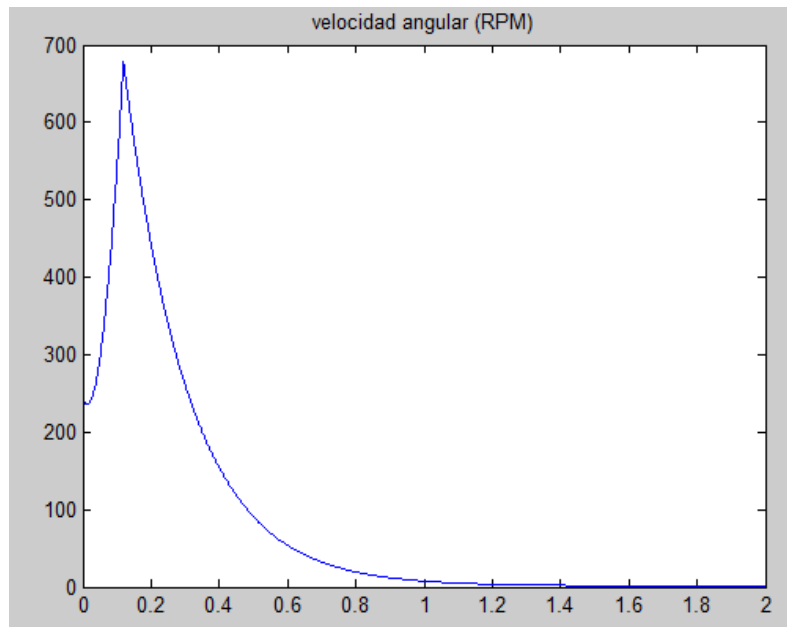


Figura A1.3: Gráfica de la velocidad angular del generador en función del tiempo.